Dynamique tricomplexe et ensembles de Mandelbrot généralisés

Pierre-Olivier Parisé
Collaborateur et directeur de recherche: Dominic Rochon

Résumé

Dans cet exposé, nous présentons une généralisation de l'ensemble de Mandelbrot dans le plan complexe, le plan hyperbolique et l'espace tricomplexe. Ces ensembles de Mandelbrot généralisés sont appelés *Multibrots* et ils sont générés par l'itération du polynôme $z^p + c$ où p est un entier plus grand que 1.

Précisément, nous caractérisons la partie réelle de l'ensemble Multibrot généré par le polynôme $z^3 + c$ où z et c sont des nombres complexes. Puis, ce résultat nous permet de démontrer que ce dernier ensemble définit dans le plan hyperbolique est un carré centré à l'origine. De plus, nous définissons les ensembles Multibrots générés par le polynôme de la forme $Q_{p,c}(\eta) = \eta^p + c$ ($p \in \mathbb{N}$ et $p \geq 2$) sur l'espace tricomplexe. Nous introduisons le concept de coupe 3D principale de ces ensembles et démontrons par le fait même qu'il n'y a que quatre coupes principales dans le cas où $p = 3$. Finalement, nous montrons qu'une de ces coupes 3D est un octaèdre régulier.

Abstract

In this talk, we present a generalization of the Mandelbrot set on the complex, hyperbolic and tricomplex spaces. These generalized Mandelbrot sets are called *Multibrots* and they are generated by iterating the polynomial $z^p + c$ where p is an integer greater than 1.

More precisely, we give the exact interval of the cross section of the Multibrot set generated by the polynomial $z^3 + c$ where z and c are complex numbers. Following that result, we show that this set defined on the hyperbolic numbers $\mathbb{D}$ is a square with its center at the origin. Moreover, we define the *Multibrot* sets generated by a polynomial of the form $Q_{p,c}(\eta) = \eta^p + c$ ($p \in \mathbb{N}$ and $p \geq 2$) for tricomplex numbers.

We define the concept of a principal 3D slice of these sets and we prove, for the case $p = 3$, that there are only four principal slices. Finally, we prove that one of these four slices is a regular octahedron.