Resumé:
Ma présentation portera sur ma recherche de doctorat dans laquelle j'étudie les répresentations isométriques de semi-groupes (voir definitions ci-bas).
Une bonne partie de la littérature sur ce sujet s'attaque à la question suivante: comment définir une "bonne" algèbre C^* à partir de S et d'isométries, bonne dans le sens que l'algèbre reflète certaines des propriétés de S. Par contre, ma recherche dans ce sujet consiste à étudier la famille de (presque) toutes les algèbres et de voir quelles sont les possibilités.
Dans un premier temps, je decrirai le cas où le semigroupe est $\boldsymbol{Z}_+^m$. Dans ce cas, l'étude des C^* algèbres revient à étudier les m-tuplets d'isométries qui commutent avec des constantes: $V_iV_j = \lambda_{i,j}V_jV_i$. Dans ce cas, on peut prouver que $C^*(V_1, \ldots, V_m)$ est isomorphe à une algèbre très concrète définie sur $\ell^2(M)$ où M esODt un sous-ensemble de $\boldsymbol{Z}^m$. Je parlerai aussi brièvement de la différence entre $m = 2$ et $m >= 3$.
Plus récemment, j'ai etudié le cas où G est commutatif. Dans ce cas, on peut aussi décrire l'algèbre concrètement. Je parlerai de ce cas, et surtout d'un exemple, $0, 2, 3, 4, \ldots$ qui, bien que particulier, montre la différence entre $\boldsymbol{Z}_+^m$ et d'autres semi-groupes commutatifs.
Finalement, je parlerai du cas général d'un semi-groupe normal. Ce cas etant plus technique, je ne ferai qu'esquisser certains problemes et solutions.
Definitions: Soit G un groupe denombrable et S un semigroupe (S ferme sous l'operation et contenant e) normal, c'est-a-dire $gSg^{-1} \subseteq S$ pour tout g dans G. On dit qu'une fonction θ, definie sur $C \times C$ ou C est le cercle unite, est un 2-cocycle (pour G) si $\theta_{x,y}\theta_{xy,z} = \theta_{x,yz}\theta_{y,z}$ pour tout x, y, z dans G. On peut alors definir une θ-representation isometrique de S comme etant une fonction injective $V : S \to Isom(H)$ (ou $Isom(H)$ sont toutes les isometries sur un espace de Hilbert H) satisfaisant $V(x)V(y) = \theta_{x,y}V(xy)$.