

ALEXANDRE ST-ONGE

**DES TRIPLETS PYTHAGORICIENS À LA  
THÉORIE ERGODIQUE**

Mémoire présenté  
à la Faculté des études supérieures de l'Université Laval  
dans le cadre du programme de maîtrise en mathématiques  
pour l'obtention du grade de Maître ès sciences (M.Sc.)

FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE  
UNIVERSITÉ LAVAL  
QUÉBEC

2011

©Alexandre St-Onge, 2011

# Résumé

En 2008, Romik a publié un article très intéressant sur les triplets pythagoriciens et l'équation diophantienne  $a^2 + b^2 = c^2$ . Il identifie une transformation à partir de cette équation qui possède plusieurs propriétés dynamiques intéressantes. Il démontre, en outre, que ce système dynamique est conservatif et ergodique et ce, en utilisant des résultats sur la théorie ergodique infinie contenus dans un livre d'Aaronson.

L'étude qui suit a deux objectifs généraux. D'une part, nous voulons rassembler les résultats nécessaires à la compréhension du travail de Romik tout en exposant la démarche pour le cas du système dynamique issue de l'équation  $a^2 + b^2 = c^2$ . D'autre part, nous voulons répondre à la question suivante de Romik : pouvons-nous identifier une transformation et un système dynamique à partir de l'équation diophantienne  $a^2 + ab + b^2 = c^2$  ? Nous définissons une telle transformation et terminons en étudiant les propriétés de conservativité et d'ergodicité de ce nouveau système dynamique.