

SAMIR RAOUAFI

# Image numérique et le théorème de Crouzeix

Mémoire présenté  
à la Faculté des études supérieures de l'Université Laval  
dans le cadre du programme de maîtrise en statistique  
pour l'obtention du grade de Maître ès sciences (M.Sc.)

FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE  
UNIVERSITÉ LAVAL  
QUÉBEC

2009

# Résumé

L'objectif principal de ce travail est, d'une part, d'étudier l'image numérique d'un opérateur borné sur un espace de Hilbert  $H$  et, d'autre part, d'établir que, pour toute matrice carrée  $A$  et pour tout polynôme  $p : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ , on a

$$\|p(A)\| \leq 11,08 \sup_{z \in W(A)} |p(z)|.$$

On prouve aussi que cette inégalité est valide pour n'importe quel opérateur borné  $A$  sur  $H$  et n'importe quelle fonction  $p$  continue sur  $\overline{W(A)}$  et holomorphe en son intérieur. Comme application, on montre que chaque opérateur borné  $T$  est semblable à un opérateur ayant une  $\partial W(T)$ -dilatation normale.