Davood Malekzadeh

Le problème de dérivation sur $L^1(G)$

Mémoire présenté
à la Faculté des études supérieures de l'Université Laval
dans le cadre du programme de maîtrise en mathematique
pour l'obtention du grade de Maitre dès sciences (M.Sc.)

FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE
UNIVERSITÉ LAVAL
QUÉBEC

Novembre 2008

Chapitre 1

Introduction

Soit $\mathcal{A}$ une algèbre de Banach et E un $\mathcal{A}$-bimodule. Supposons que $D : \mathcal{A} \to E$ est une dérivation. Est-ce que D est interne ? Sakai dans [13] a démontré que pour le cas où $\mathcal{A} = E$ est une algèbre de Von Neumann, la réponse est positive. Dans le cas plus particulier où G est un groupe localement compact, $\mathcal{A} = L^1(G)$ et $E = M(G)$, B. E. Johnson a suit ce problème comme un exemple pour sa théorie de cohomologie. Il a donné la réponse affirmative pour quelques cas spéciaux. Dans [14] (avec J. R. Rigrose), il a démontré que pour un groupe discret G, la réponse est positive. Dans [15], il a étendu le résultat pour des groupes de type *SIN* et des groupes amenables. Dans [15] et [16], il a affirmé le résultat pour quelques genres de groupes sémi-simples couvrenant des groupes localement compacts connectés.

Dans [1], Victor Losert a étudié le problème pour des groupes localement compacts. Ce mémoire est basé sur son travail.

D'abord, dans chapitre 1 on rappelle quelques définitions de base, on résume théorie de mesure et on présente $L^1(G)$ et $M(G)$. Puis, on se demande est-ce que chaque dérivation D de $L^1(G)$ à $M(G)$ est interne ? La proposition 5.3 transforme notre question à une autre question. Est-ce que chaque G-dérivation Φ de G à $M(G)$ est principale ? La réponse est positive. On peut même remplacer $M(G)$ par $M(\Omega)$, où Ω est un espace localement compact et Hausdorff et la réponse reste positive.

Dans chapitre 3, on présente la compactification de Stone-Čech pour un espace localement compact et Hausdorff. On en a besoins dans chapitre 4. Puis dans le reste du chapitre, on décompose $M(\Omega)$ en $M(\Omega)_{inf}$ et $M(\Omega)_{fin}$. Cette décomposition nous permet de déduir le résultat pour des G-dérivations de G à $M(\Omega)$ en le démontrant pour des G-dérivation de G à $M(\Omega)_{inf}$ et de G à $M(\Omega)_{fin}$ séparément, ce que l'on fait dans chapitre 4. Finalement, on conclut que $\mathcal{H}^1(L^1(G), M(G))$ est trivial.