M. D'Amours, **Application des structures hermitiennes pour le calcul cohomologique d'une variété analytique via le théorème de Hodge**, *Mémoire de maîtrise, Université Laval*, 2007.

Résumé
Une variété analytique M est une variété différentiable dont les cartes dans $\boldsymbol{C}^n = \boldsymbol{R}^{2n}$ peuvent être choisies de telle sorte que les fonctions de transition soient biholomorphes. Il est ainsi possible de décomposer l'espace $A^r(M)$ des $r-$formes différentiables en espace $A^{p,q}(M)$ de type (p,q) et ainsi introduire un nouvel opérateur différentiel $\overline{\partial}$ qui agit sur le complexe $A^{p,*}(M)$. Ceci conduit à une théorie cohomologique où nous définissons les groupes de Dolbeault comme étant

$$H_{\overline{\partial}}^{p,q}(M) = \frac{Z_{\overline{\partial}}^{p,q}(M)}{\overline{\partial}\ A^{p,q-1}(M)}.$$

Si nous représentons le faisceau des $p-$formes holomorphes par Ω^p, alors le théorème de Dolbeault nous dit que

$$H_{\overline{\partial}}^{p,q}(M) \cong \check{H}^q(M, \Omega^p),$$

où $\check{H}^q(M, \Omega^p)$ est le $p^{\text{ième}}$ groupe de cohomologie de Čech du faisceau Ω^p des $p-$formes holomorphes. On établit un second isomorphisme en définissant sur l'espace $A^{p,q}(M)$ l'opérateur $\Delta_{\overline{\partial}}$ de Laplace par $\Delta_{\overline{\partial}} = \overline{\partial}\overline{\partial}^* + \overline{\partial}^*\overline{\partial}$, et l'espace harmonique

$$\mathcal{H}^{p,q}(M) = \ker \Delta_{\overline{\partial}}.$$

Le théorème de Hodge permet un isomorphisme

$$\mathcal{H}^{p,q}(M) \cong H_{\overline{\partial}}^{p,q}(M),$$

duquel nous déduisons le théorème de dualité de Kodaira-Serre, la formule de Künneth et le théorème de décomposition de Hodge.