

LE PROBLÈME DE NEVANLINNA–PICK SPECTRAL  
Thèse de doctorat, Univ. Laval, 2004  
Constantin COSTARA

**Résumé court:**

Dans le chapitre 1, nous introduisons notre problème principal puis nous donnons des conditions qui devront être satisfaites par toute solution à notre problème. Nous démontrons ensuite un résultat de Bercovici, Foiaş et Tannenbaum qui nous permet d’obtenir une solution partielle à notre problème.

Dans le chapitre 2, nous trouvons des caractérisations de la boule unité spectrale  $\Omega_n \subseteq \mathcal{M}_n(\mathbf{C})$  qui se comportent bien par rapport à l’analyticité. Le fait de caractériser  $\Omega_n$  est équivalent au fait de caractériser le  $n$ -disque symétrisé ouvert  $G_n$ . La première caractérisation de  $G_n$  nous donne des conditions nécessaires d’interpolation, la deuxième nous donne une relation entre le cas  $n$  et le cas  $n - 1$  et la troisième nous donne en fait une paramétrisation de  $G_n$ .

Dans le chapitre 3, nous présentons une méthode pour construire des fonctions rationnelles qui envoient le disque unité ouvert  $\mathbf{D}$  de  $\mathbf{C}$  dans  $G_n$ . Nous utilisons ensuite ce résultat pour calculer des géodésiques complexes de  $G_n$  d’ordre 1 et 2.

Dans le dernier chapitre, nous considérons le cas  $n = 2$ . Les problèmes d’interpolation dans  $G_2$  et  $\Omega_2$  avec deux points d’interpolation sont complètement résolus. Nous calculons les géodésiques complexes de  $G_2$  et la forme des géodésiques complexes de  $\Omega_2$ , en nous utilisons ces résultats pour caractériser le groupe des automorphismes de  $G_2$  et pour obtenir de l’information sur le groupe des automorphismes de  $\Omega_2$ .